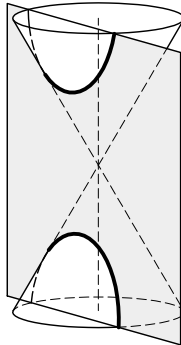


Son curvas cónicas las generadas al seccionar una superficie cónica con un plano.

Tomando como superficie cónica un cono de revolución de dos ramas, se obtiene una hipérbola cuando el plano secante forma con el eje de la cónica un ángulo menor que el semiángulo en el vértice.

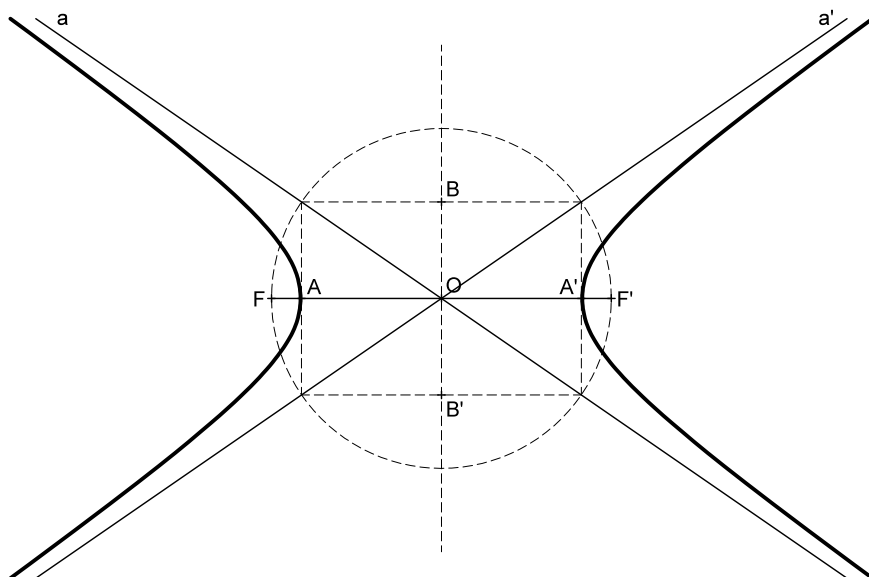


Lugar geométrico de los puntos del plano cuya diferencia de distancias (en valor absoluto) a dos puntos fijos, denominados focos, es constante.

El valor de dicha diferencia es igual al eje real de la hipérbola.

Elementos de una hipérbola:

- **Focos:** F y F' . Los segmentos que unen un punto de la hipérbola con un foco se denominan radios vectores.
- **Distancia focal:** FF' .
- **Eje real:** AA' .
- **Eje imaginario:** BB' .
- **Vértices:** A , B , C , D .
- **Centro:** O , intersección de los dos ejes.
- **Asíntotas:** a , a' . Son dos rectas tangentes a la hipérbola en el infinito. Son simétricas respecto a los ejes y se cortan en el centro O .
- **Circunferencia focal:** lugar geométrico de los puntos simétricos del otro foco respecto a cualquier tangente a la curva. La hipérbola puede definirse también como el lugar geométrico de los centros de circunferencias tangentes a la focal de un foco y que pasan por el otro foco. Son dos circunferencias de centro los focos y radio el eje real.
- **Circunferencia principal:** Lugar geométrico de los pies de las perpendiculares trazadas a las tangentes a la curva desde los focos. También es el lugar geométrico de los puntos medios de los segmentos que unen un foco con puntos de la circunferencia focal del otro foco. Es una circunferencia de centro el centro de la hipérbola y de radio el semieje real $AO=OA'$.



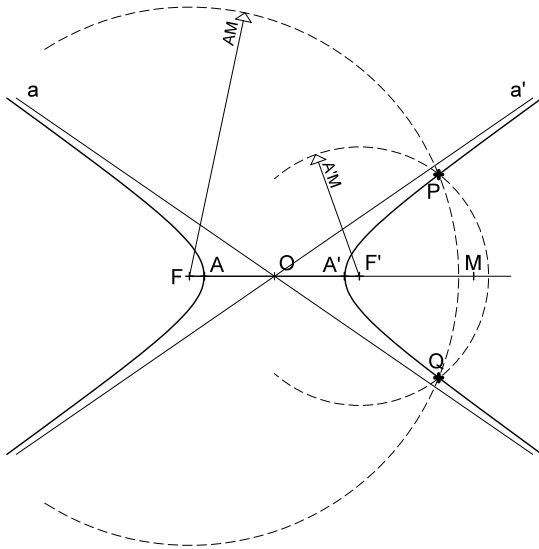
Cómo hallar los focos y las asíntotas:

Una vez trazados los ejes real e imaginario se contruye un rectángulo cuyos lados pasan por sus extremos, y se traza su circunferencia circunscrita. Los puntos de intersección de dicha circunferencia con el eje real serán los focos F y F' . Las asíntotas coinciden con las diagonales del rectángulo.

La hipérbola es el lugar geométrico de los puntos del plano cuya diferencia de distancias (en valor absoluto) a dos puntos fijos, denominados focos, es constante.

El valor de dicha diferencia es igual al eje real de la hipérbola.

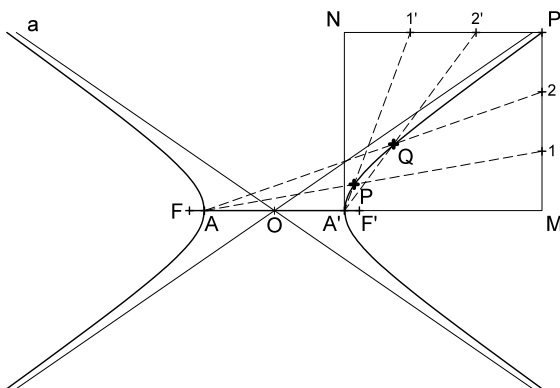
Método de los radios vectores:



Datos: eje real, focos.

1. Punto M arbitrario, situado en el eje real, a la derecha de F' o a la izquierda de F.
2. Arco con centro en F y radio AM.
3. Arco con centro en F' y radio A'M.
4. La intersección de ambos arcos determina dos puntos P y Q pertenecientes a la hipérbola. Repitiendo el proceso se hallan tantos puntos como se desee.

Método de los haces proyectivos:



P



Datos: eje real, focos, punto P perteneciente a la hipérbola.

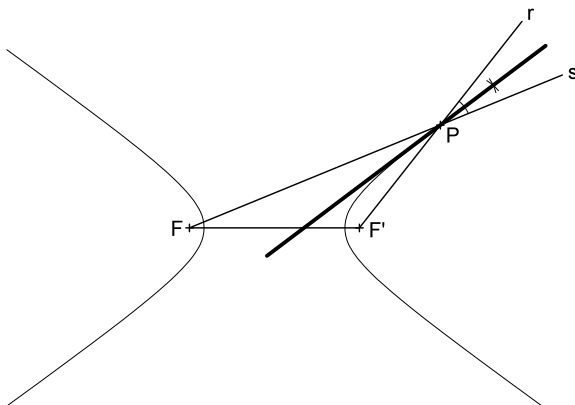
1. Rectángulo A'MPN con diagonal A'P.
2. Se divide el lado PM en un número arbitrario de partes iguales.
3. Se divide el lado NP en el mismo número de partes iguales.
4. Rectas uniendo las divisiones de PM con el punto A.
4. Rectas uniendo las divisiones de NP con el punto A'.
5. Los puntos de intersección de las rectas mencionadas son puntos de la hipérbola. Repitiendo el proceso con otro punto de la hipérbola, o bien dividiendo el rectángulo en más segmentos, se obtienen tantos puntos como se desee.

La hipérbola es el lugar geométrico de los puntos del plano cuya diferencia de distancias (en valor absoluto) a dos puntos fijos, denominados focos, es constante.

El valor de dicha diferencia es igual al eje real de la hipérbola.

Tangente a una hipérbola desde un punto de la misma:

$+P$



$F \longleftrightarrow F'$

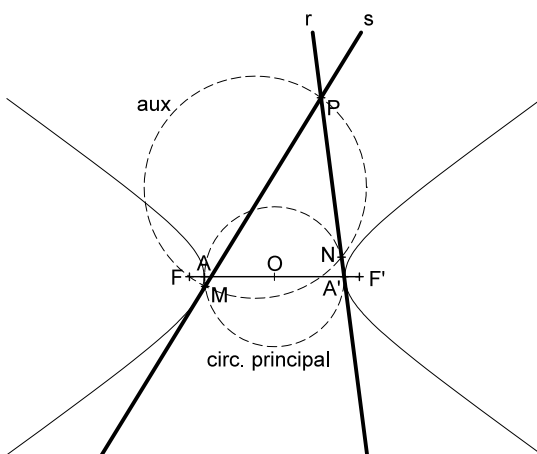
Datos: focos, punto P perteneciente a la hipérbola.

Resolución por radios vectores:

1. Recta PF.
2. Recta PF'.
3. La bisectriz de ambas rectas es la tangente a la hipérbola en el punto P.

Tangente a una hipérbola desde un punto exterior:

$+P$

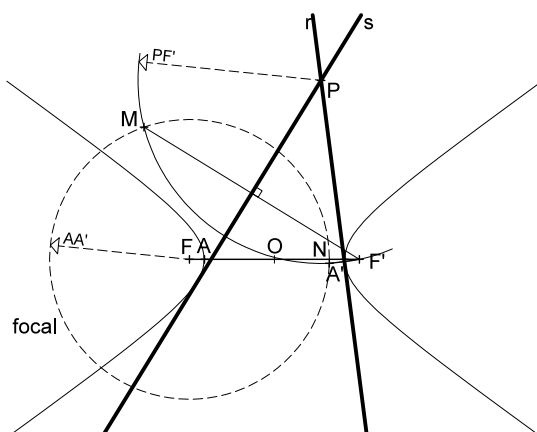


$F \longleftrightarrow A \longleftrightarrow A' \longleftrightarrow F'$

Datos: focos, eje real, punto P exterior a la hipérbola.

Resolución por radios vectores:

1. Circunferencia principal, con centro el centro O de la hipérbola y radio $AO=OA'$.
2. Circunferencia auxiliar que pase por los puntos P y F y sea secante a la circunferencia principal.
3. Puntos M y N, intersección de la circunferencia auxiliar con la circunferencia principal.
4. Uniendo los puntos M y N con el punto P se obtienen las dos tangentes a la hipérbola desde P.
5. Para obtener el punto de tangencia de la recta s se traza una paralela al segmento OM desde F'. Su intersección con s determina el punto de tangencia (no se muestra).
6. Para obtener el punto de tangencia de la recta r se traza una paralela al segmento ON desde F'. Su intersección con r determina el punto de tangencia (no se muestra).



Resolución por circunferencia focal:

1. Circunferencia focal de F (centro F, radio AA').
2. Arco con centro P y radio PF'. Puntos M y N, intersección el arco con la circunferencia focal. Dichos puntos son los simétricos de F' respecto a las tangentes pedidas.
3. Las mediatrices de los segmentos MF' y NF' son las tangentes buscadas.
4. Los puntos de tangencia están en la intersección de las tangentes con las rectas MF y NF (no se muestran).

La hipérbola es el lugar geométrico de los puntos del plano cuya diferencia de distancias (en valor absoluto) a dos puntos fijos, denominados focos, es constante.

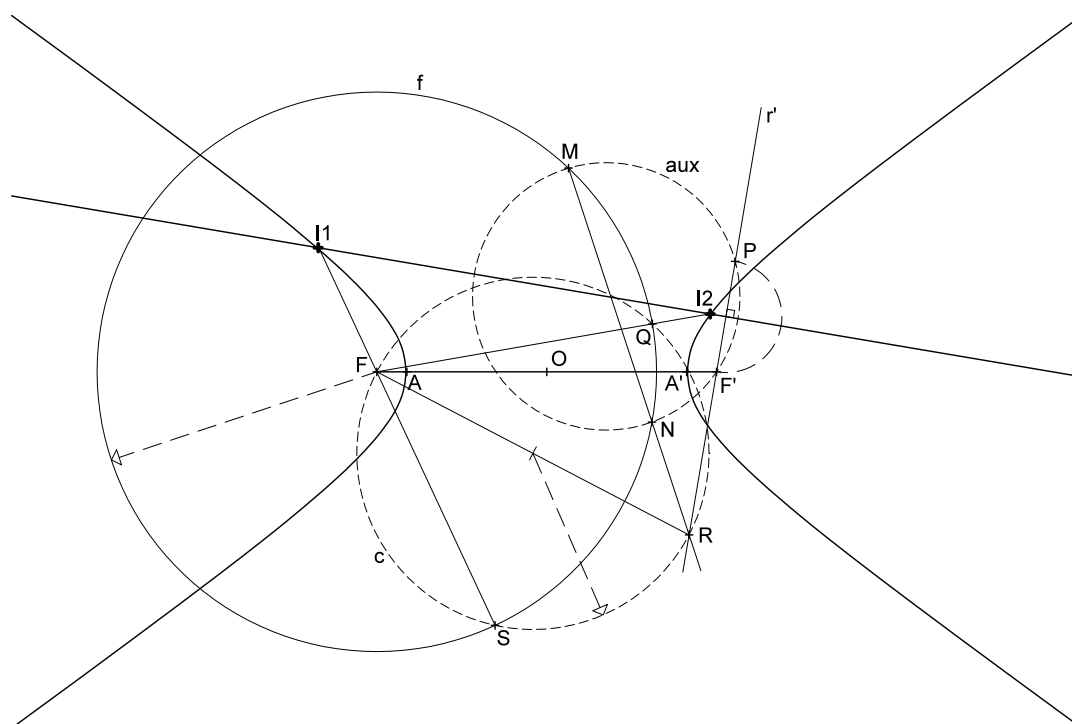
El valor de dicha diferencia es igual al eje real de la hipérbola.

Intersección de hipérbola y recta:

Los puntos de intersección de una recta r con una hipérbola son los centros de dos circunferencias tangentes a la circunferencia focal de un foco y que pasan por el otro foco. El ejercicio se reduce al problema de Apolonio PPC, donde:

- El primer punto es uno de los focos.
- El segundo punto es el simétrico de ese foco respecto de la recta dada.
- La circunferencia es la focal de la elipse sobre el otro foco.

Se resuelve la tangencia PPC. Los centros de las circunferencias solución, que estarán sobre la recta dada, son los puntos de intersección de dicha recta con la hipérbola.



Datos: eje real, focos, recta r .

1. Trazo la circunferencia focal f (centro F , radio AA').
2. Trazo la recta r' , perpendicular a r que pasa por F' .
3. Hallo el punto P , simétrico de F' respecto de r .
4. Trazo una circunferencia auxiliar que pase por P y F' y sea secante a la circunferencia focal f .
5. Llamo M y N a los puntos de intersección de la circunferencia auxiliar con la circunferencia focal f .
6. Trazo la recta MN . Donde corte a la recta r' hallo el punto R .
7. Trazo la circunferencia c de diámetro FR .
8. Donde la circunferencia c corte a la circunferencia focal f hallo los puntos Q y S .
9. Las rectas FQ y FS cortan a la recta r en los puntos de intersección $I1$, $I2$ buscados.