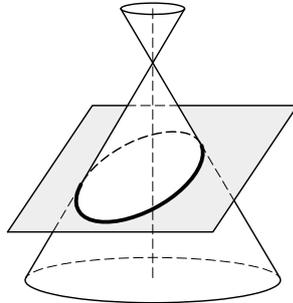


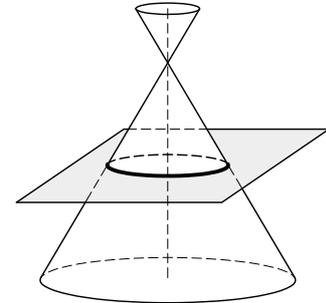
Son curvas cónicas las generadas al seccionar una superficie cónica con un plano.

Tomando como superficie cónica un cono de revolución de dos ramas, se obtiene una elipse cuando el plano secante forma con el eje de la cónica un ángulo mayor que el semiángulo en el vértice.



Caso particular:

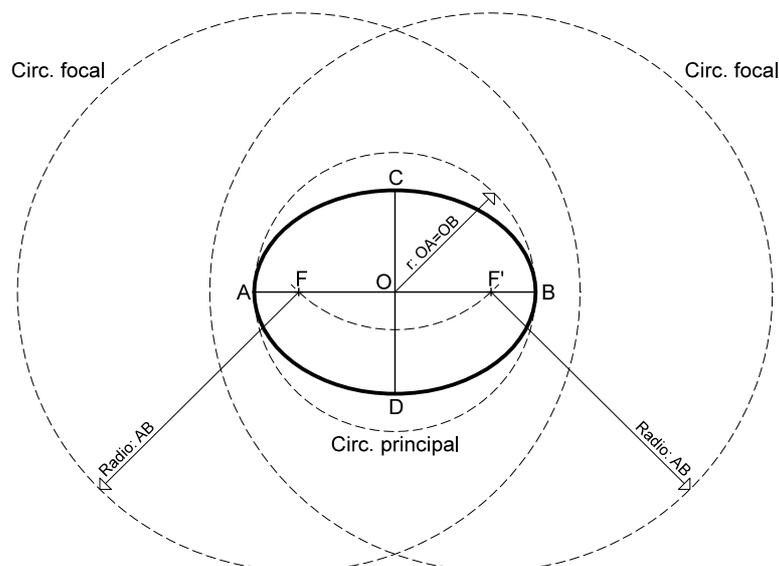
Cuando el plano secante es perpendicular al eje de la superficie cónica se genera una circunferencia.



Lugar geométrico de los puntos del plano cuya suma de distancias a dos puntos fijos, denominados focos, es constante.
El valor de dicha suma es igual al eje mayor de la elipse.

Elementos de una elipse:

- **Focos:** F y F'. Los segmentos que unen un punto de la elipse con un foco se denominan radios vectores.
- **Distancia focal:** FF'.
- **Radios vectores:** PF y PF', siendo P un punto de la elipse.
- **Eje mayor:** AB.
- **Eje menor:** CD.
- **Vértices:** A, B, C, D.
- **Centro:** O, intersección de los dos ejes.
- **Diámetros conjugados:** considerando la elipse como figura afín de una circunferencia, los diámetros conjugados son aquellos que corresponden a la proyección de dos diámetros perpendiculares de la circunferencia.
- **Circunferencia focal:** lugar geométrico de los puntos simétricos del otro foco respecto a cualquier tangente a la curva. La elipse también se puede definir como el lugar geométrico de los centros de las circunferencias tangentes a la circunferencia focal de un foco y que pasan por el otro foco. Las circunferencias focales son dos circunferencias de centro los focos y radio el eje mayor.
- **Circunferencia principal:** Lugar geométrico de los pies de las perpendiculares trazadas a las tangentes a la curva desde los focos. También es el lugar geométrico de los puntos medios de los segmentos que unen un foco con puntos de la circunferencia focal del otro foco. La circunferencia principal es una circunferencia de centro el centro de la elipse y de radio el semieje mayor $AO=OB$.



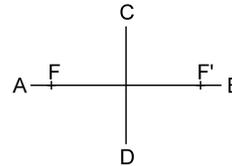
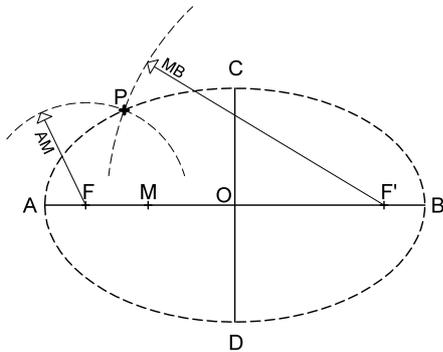
Cómo hallar los focos:

Una vez trazados los ejes mayor y menor, se traza un arco de centro C y radio $AO=OB$. Sus puntos de corte con el eje mayor AB determinarán los focos de la elipse.

La elipse es el lugar geométrico de los puntos del plano cuya suma de distancias a dos puntos fijos, denominados focos, es constante.

El valor de dicha suma es igual al eje mayor de la elipse.

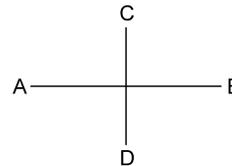
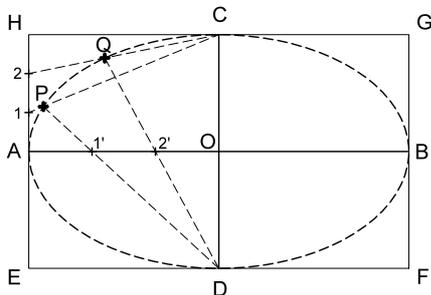
Método de los radios vectores:



Datos: ejes mayor y menor, focos.

1. Punto M arbitrario en el segmento FO.
2. Arco con centro en F y radio FM.
3. Arco con centro en F' y radio F'M.
4. La intersección de ambos arcos determina un punto P perteneciente a la elipse. Repitiendo el proceso se hallan tantos puntos como se deseen.

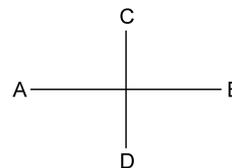
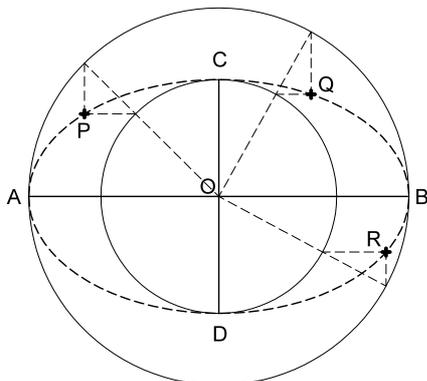
Método de los haces proyectivos:



Datos: ejes mayor y menor.

1. Rectángulo EFGH cuyos lados pasan por los vértices de la elipse siendo paralelos a sus ejes.
2. Se divide AO en un número arbitrario de partes iguales.
3. Se divide AH en el mismo número de partes iguales.
4. La intersección de las rectas trazadas desde D a las divisiones del eje mayor con las rectas trazadas desde C a las divisiones en el rectángulo determinan puntos pertenecientes a la elipse.
5. Repitiendo la construcción en los otros cuadrantes se obtienen tantos puntos como se deseen.

Método de las circunferencias concéntricas / afinidad:



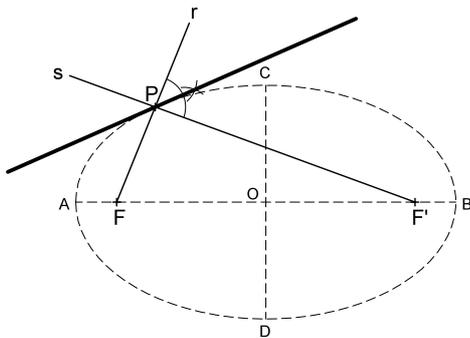
Datos: ejes mayor y menor.

1. Dos circunferencias de centro en O y radios $OC=OD$ y $AO=OB$.
2. Se traza un radio cualquiera. Donde corte a la circunferencia mayor se traza una vertical, y donde corte a la menor se traza una horizontal.
3. La intersección de ambas rectas determina un punto perteneciente a la elipse. Repitiendo el proceso con otro radio se hallan cuantos puntos se desee.

La elipse es el lugar geométrico de los puntos del plano cuya suma de distancias a dos puntos fijos, denominados focos, es constante.

El valor de dicha suma es igual al eje mayor de la elipse.

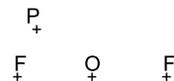
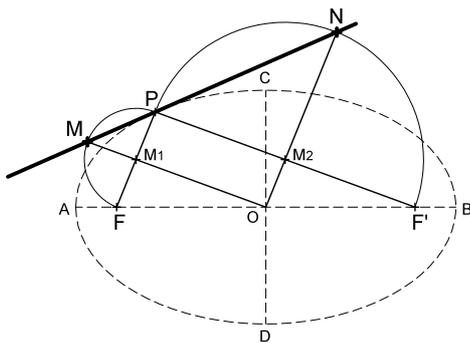
Tangente a una elipse desde un punto de la misma:



Datos: focos, punto P perteneciente a la elipse.

Resolución por radios vectores:

1. Recta PF.
2. Recta PF'.
3. La bisectriz de ambas rectas es la tangente a la elipse en el punto P.

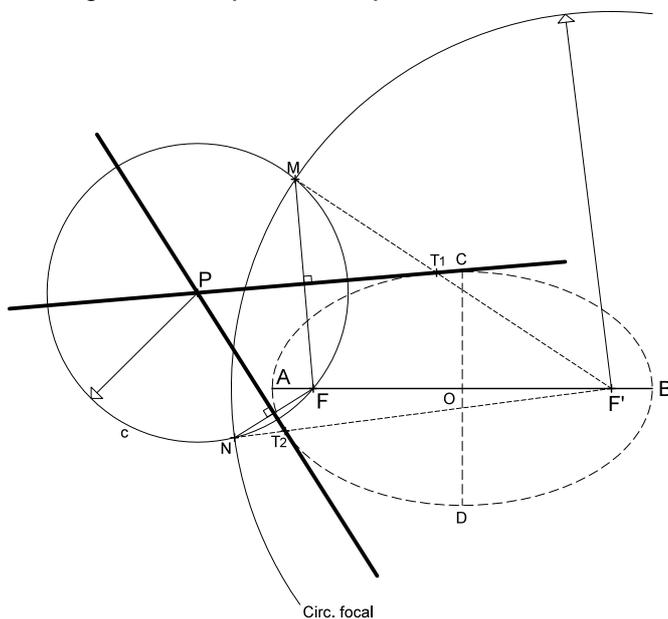


Datos: focos, centro, punto P perteneciente a la elipse.

Resolución por circunferencia principal:

1. Segmento PF. Se halla su punto medio M_1 y se traza una semicircunferencia de centro M_1 y radio $M_1F=M_1P$.
2. Segmento PF' . Se halla su punto medio M_2 y se traza una semicircunferencia de centro M_2 y radio $M_2F'=M_2P$.
3. Se trazan sendas rectas uniendo el centro O con los puntos M_1 y M_2 . Donde corten a las semicircunferencias se obtienen dos puntos, M y N, que pertenecen a la tangente.

Tangente a una elipse desde un punto exterior:



Datos: focos, eje mayor, punto P exterior a la elipse.

Resolución por circunferencia focal:

1. Circunferencia c con centro en P y radio PF.
2. Circunferencia focal sobre el otro foco (centro en F' , radio AB).
3. Puntos M y N, intersección de ambas circunferencias.
4. La mediatriz del segmento MF es una de las tangentes. Su punto de tangencia T_1 con la elipse es la intersección de dicha tangente con la recta MF' .
4. La mediatriz del segmento NF es otra de las tangentes. Su punto de tangencia T_2 con la elipse es la intersección de dicha tangente con la recta NF' .

La elipse es el lugar geométrico de los puntos del plano cuya suma de distancias a dos puntos fijos, denominados focos, es constante.

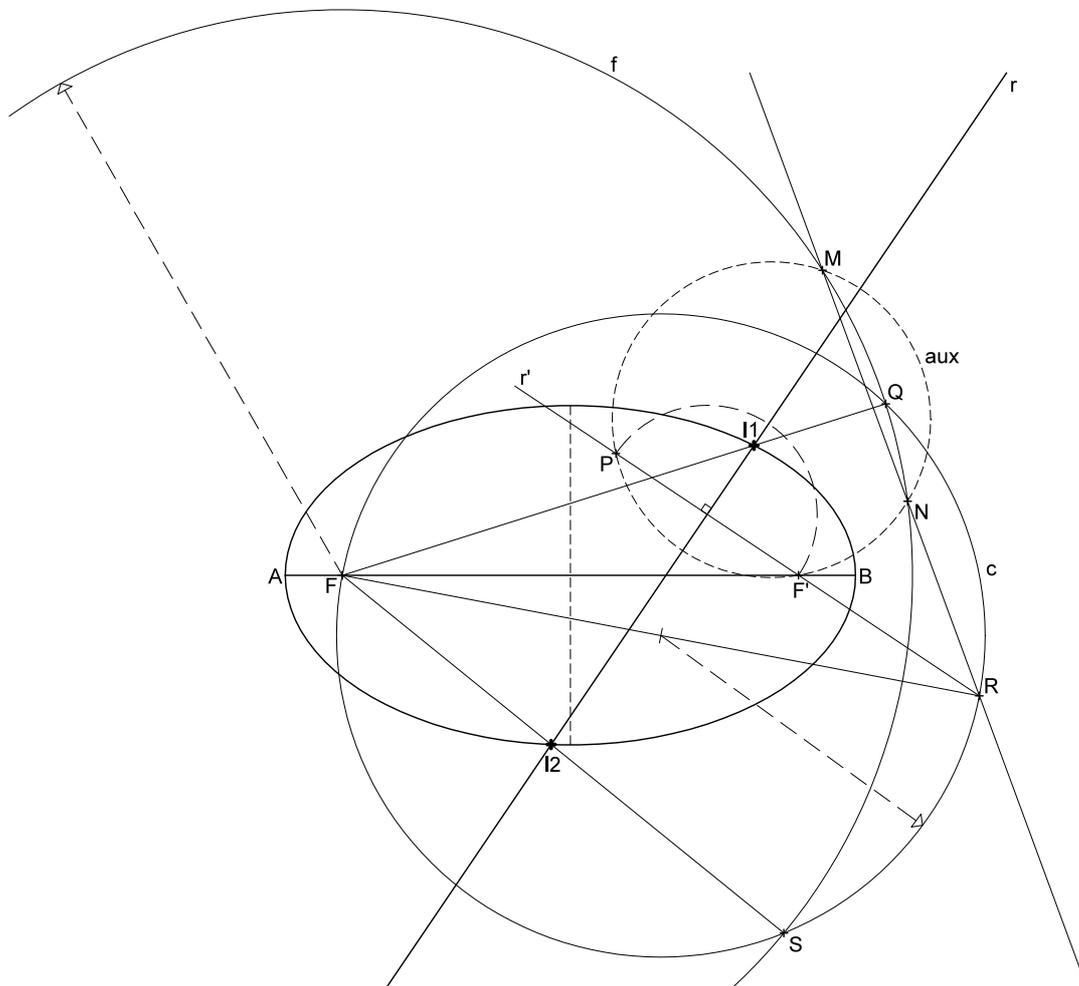
El valor de dicha suma es igual al eje mayor de la elipse.

Intersección de elipse y recta:

Los puntos de intersección de una recta r con una elipse son los centros de dos circunferencias tangentes a la circunferencia focal de un foco y que pasan por el otro foco. El ejercicio se reduce al problema de Apolonio PPC, donde:

- El primer punto es uno de los focos.
- El segundo punto es el simétrico de ese foco respecto de la recta dada.
- La circunferencia es la focal de la elipse sobre el otro foco.

Se resuelve la tangencia PPC. Los centros de las circunferencias solución, que estarán sobre la recta dada, son los puntos de intersección de dicha recta con la elipse.



Datos: focos, eje mayor, recta r .

1. Circunferencia focal f (centro F , radio AB).
2. Recta r' , perpendicular a r que pasa por F' .
3. Punto P , simétrico de F' respecto de r .
4. Circunferencia auxiliar que pasa por P y F' y es secante a la circunferencia focal f .
5. Puntos M y N , intersección de la circunferencia auxiliar con la circunferencia focal f .
6. Recta MN .
7. Punto R , intersección de las rectas MN y r' .
8. Circunferencia c de diámetro FR .
9. Puntos Q y S , intersección de circunferencia focal f y circunferencia c .
10. Las rectas FQ y FS cortan a la recta r en los puntos de intersección $I1$, $I2$ buscados.